



עבודת קיץ במתמטיקה

לתלמידים העולים לכיתה י' 4 יח"ל

הנחיות :

1. עליך לפתור את כל התרגילים .
2. חובה להגיש את העבודה בכתב קריא וברור, בדפדפת גדולה, מסודרים על פי סדר העבודה.
3. חובה לרשום את כל דרך הפתרון.
4. **תרגילים בהנדסה** – יש להעתיק השרטוט למחברת ולנסח המשפטים עליהם ביססת את הפתרון.
5. בתחילת שנת הלימודים יערך **מבחן במתמטיקה** על החומר מעבודה זו.



אלגברה

1. העתיקו למחברתכם והשלימו את החסר במקומות הריקים לקבלת שוויון. היעזרו בנוסחאות הכפל המקוצר.

$$(y + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 4y + \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{א})$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} - x)^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 4x + \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{ב})$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2 = 16c^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 9 \quad (\text{ג})$$

$$(2b + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 4b + \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{ד})$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} + 2c)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 20c + \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{ה})$$

$$(3x + \underline{\hspace{1cm}}) \cdot (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} - 25 \quad (\text{ו})$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} - 10) \cdot (4c + \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{ז})$$

$$(1 - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 6xy + \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{ח})$$

$$(2ab - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 1 \quad (\text{ט})$$

2.

רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים הבאים.

$$\frac{2c+2}{c^2-1} \quad (iii) \qquad \frac{x^2-1}{x+1} \quad (ii) \qquad \frac{b^2+b}{b^2-1} \quad (i)$$

$$\frac{6x-18}{9-x^2} \quad (vi) \qquad \frac{a^2-4}{6-3a} \quad (v) \qquad \frac{1-c^2}{(1-c)^2} \quad (iv)$$

3.

רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים הבאים.

$$\frac{9c^2-6c+1}{3c-1} \quad (ג) \qquad \frac{x^2+4x+4}{x+2} \quad (\text{ב}) \qquad \frac{x^2-8x+16}{x-4} \quad (\text{א})$$

$$\frac{4x^2+4x+1}{2x+1} \quad (\text{ו}) \qquad \frac{y^2-6y+9}{y^2-9} \quad (\text{ה}) \qquad \frac{2b+10}{b^2+10b+25} \quad (\text{ד})$$

4. פתרו את המשוואות הבאות.

בדקו את נכונות הפתרון על ידי הצבה במשוואה המקורית.

יש לרשות קבוצת הצבה אחרי הפירוק לגורמים

$$\frac{2}{x-3} + \frac{4x}{2x-6} = 6 \quad (\alpha)$$

$$\frac{1}{x+4} - \frac{19x}{2x+8} = -16 \quad (\beta)$$

$$\frac{2x}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} \quad (\gamma)$$

$$\frac{5x}{9-x^2} = \frac{1}{3+x} \quad (\delta)$$

$$\frac{3x-21}{x-7} = \frac{12}{2x-14} \quad (\epsilon)$$

$$\frac{8-x}{10+x} = \frac{-3}{30+3x} \quad (\zeta)$$

$$\frac{x^2+6x+9}{x+3} = \frac{x^2+4x+4}{x+2} + x \quad (\eta)$$

$$\frac{x^2+4x+4}{x+2} = \frac{4x^2+20x+25}{2x+5} \quad (\theta)$$

$$\frac{5}{x^2+4x+3} = \frac{7}{x^2-1} \quad (\iota)$$

5.

רשמו תחום הצבה, כפלו את השברים הבאים ופשטו.

$$\frac{a^2+2a+1}{4a^2} \cdot \frac{8a}{3a+3} \quad (\beta) \quad \frac{b^2-9}{4} \cdot \frac{8}{b-3} \quad (\alpha)$$

$$\frac{100-c^2}{4} \cdot \frac{10}{c-10} \quad (\delta) \quad \frac{10a^2}{2a-6} \cdot \frac{a^2-6a+9}{25a^2} \quad (\gamma)$$

6.

חלק את השברים הבאים (צמצם במידת האפשר):

$$\frac{6}{3a-15} : \frac{8}{a^2-5a} \quad .3 \quad \frac{6}{a} : \frac{2}{a+1} \quad .1$$

$$\frac{2a+10}{9a^2-6a+1} : \frac{3a+15}{9a-3} \quad .4 \quad \frac{9a^2-4}{3a} : \frac{6a+4}{8a} \quad .2$$

תשובות :

$$(y+2)^2 = y^2 + 4y + 4 \quad (א) \quad 1.$$

$$(2-x)^2 = 4 - 4x + x^2 \quad (ב)$$

$$(4c+3)^2 = 16c^2 + 24c + 9 \quad (ג)$$

$$(2b+1)^2 = 4b^2 + 4b + 1 \quad (ד)$$

$$(5+2c)^2 = 25 + 20c + 4c^2 \quad (ה)$$

$$(3x+5) \cdot (3x-5) = 9x^2 - 25 \quad (ו)$$

$$(4c-10) \cdot (4c+10) = 16c^2 - 100 \quad (ז)$$

$$(1-3xy)^2 = 1 - 6xy + 9x^2y^2 \quad (ח)$$

$$(2ab-1)^2 = 4a^2b^2 - 4ab + 1 \quad (ט)$$

$$\frac{b}{b-1}, \quad b \neq \pm 1 \quad (i) \quad 2.$$

$$x-1, \quad x \neq -1 \quad (ii)$$

$$\frac{2}{c-1}, \quad c \neq \pm 1 \quad (iii)$$

$$\frac{1+c}{1-c}, \quad c \neq 1 \quad (iv)$$

$$\frac{-a-2}{3}, \quad a \neq 2 \quad (v)$$

$$\frac{-6}{3+x}, \quad x \neq \pm 3 \quad (vi)$$

$$x-4, \quad x \neq 4 \quad (א) \quad 3.$$

$$x+2, \quad x \neq -2 \quad (ב)$$

$$3c-1, \quad c \neq \frac{1}{3} \quad (ג)$$

$$\frac{2}{b+5}, \quad b \neq -5 \quad (ד)$$

$$\frac{y-3}{y+3}, \quad y \neq \pm 3 \quad (ה)$$

$$2x+1, \quad x \neq -\frac{1}{2} \quad (ו)$$

$$x = -10 \quad (ב) \quad x = 5 \quad (א) \quad 4.$$

$$x = \frac{1}{2} \quad (ד) \quad \text{אין פתרון.} \quad (ג)$$

$$x = 9 \quad (ו) \quad x = 9 \quad (ה)$$

$$x = -3 \quad (ח) \quad x = 1 \quad (ז)$$

$$x = -13 \quad (ט)$$

$$2(b+3), \quad b \neq 3 \quad (א) \quad 5.$$

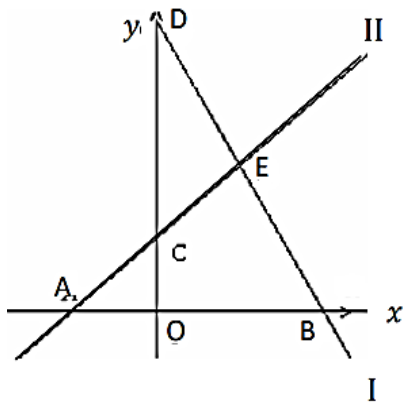
$$\frac{2(a+1)}{3a}, \quad a \neq 0, -1 \quad (ב)$$

$$\frac{a-3}{5}, \quad a \neq 0, 3 \quad (ג)$$

$$\frac{-5(c+10)}{2}, \quad c \neq 10 \quad (ד)$$

$$\frac{2}{3a-1} \cdot 4 \cdot \frac{a}{4} \cdot 3 \cdot \frac{4(3a-2)}{3} \cdot 2 \cdot \frac{3(a+1)}{a} \cdot 1 \quad 6.$$

פונקציות



1.

. נתונות שתי פונקציות קוויות.

$$y - x = 2 \quad \text{ו-} \quad 2x + y = 8$$

א. התאימו לכל פונקציה את הישר המתאר אותה. נמקו את תשובתכם.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E .

ג. רשמו את תחומי החיוביות של הישר II.

ד. חשבו את שטחי המשולשים $\Delta AOC, \Delta CDE, \Delta ABE$.ה. חשבו את שטח המרובע $OCEB$ (רמז: היעזרו בסעיף ג').

תשובות:

ב. $A(-2;0), B(4;0), C(0;2), D(0;8), E(2;4)$ ג. $-2 < x < 2$ ד. $S_{ABE} = 12, S_{CDE} = 6, S_{AOC} = 2$ ה. $S_{OCEB} = 10$

2.

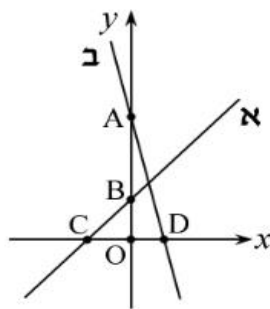
לפניכם סרטוט של שני ישרים.

נתונות 3 המשוואות הבאות:

$$\textcircled{1} \quad y = x + 4$$

$$\textcircled{2} \quad y = -4x + 9$$

$$\textcircled{3} \quad y = 4x + 9$$



(א) מצאו את המשוואה המתאימה לכל אחד מהישרים.

(אחת המשוואות מיותרת.)

(ב) מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו- D .(ג) חשבו את שטח ΔAOD .(ד) חשבו את שטח ΔBOC .(ה) עבור אילו ערכי x ערכי הפונקציה המתאימה לגרף ב שליליים?

3.

בכל סעיף רשומה פונקציה ריבועית.

מצאו את הסעיפים בהם רשומה אותה פונקציה.

$$\text{(א)} \quad y = 10x(x+2) - 12 \quad \text{(ב)} \quad y = 10x^2 + 20x - 12$$

$$\text{(ג)} \quad y = 2(x+5)^2 - 12 \quad \text{(ד)} \quad y = 5x(2x+4) + 12$$

$$\text{(ה)} \quad y = -2(-5x^2 - 10x - 4) - 20$$

תשובות:

סעיפים (א), (ב), (ה)

4.

לפניך שרטוט של גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 5$.

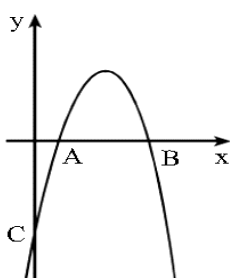
א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך

של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. חשב את שיעורי נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .ג. מהו המרחק בין הנקודה C (ראה ציור)

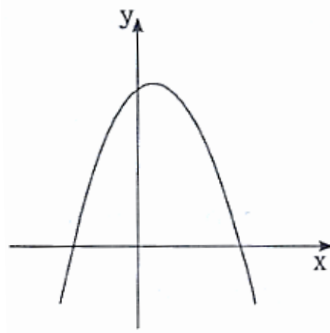
לראשית הצירים?



תשובה: א. $A(1;0)$, $B(5;0)$. ב. $C(0;-5)$. ג. 5. ד. 4. ה. 1.

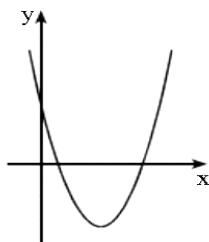
5.

בציור שלפניכם הפרבולה $y = -x^2 + 2x + 15$.
העתיקו למחברתכם והשלימו את הטבלה הבאה:



הייצוג האלגברי של הפרבולה	$y = -x^2 + 2x + 15$
א. שיעורי קודקוד הפרבולה	
ב. סוג קודקוד הפרבולה	
ג. סוג הפרבולה (ישרה/הפוכה)	
ד. ציר הסימטריה של הפרבולה	
ה. תחום הירידה	
ו. תחום העלייה	
ז. נקודת החיתוך עם ציר ה- y	
ח. נקודות האפס של הפרבולה	
ט. תחום החיוביות	
י. תחום השליליות	
יא. הערך המקסימלי של הפונקציה	
יב. הערך המינימלי של הפונקציה	

6.



בציור שלפניך משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$.
א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ב. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
ג. רשום שני ערכים של x שבהם הפונקציה הנתונה חיובית.

תשובות:

א. $(0;5)$, $(1;0)$, $(5;0)$. ב. $x > 5$ או $x < 1$. ג. למשל: $x = -1$, $x = 7$.

7.

- נתונה הפונקציה הריבועית $y = 2x^2 + bx - 4$.
הנקודה $(1, -9)$ נמצאת על גרף הפונקציה הנתונה.
(א) חשבו את ערכו של b .
(ב) מהם שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה המתאימה עם ציר ה- y ?
(ג) מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה?
(ד) רשמו שיעורי שתי נקודות הנמצאות על גרף הפונקציה.
(ה) רשמו שיעורי שתי נקודות שאינן נמצאות על גרף הפונקציה.

תשובות:

(ב) $(0, -4)$

(א) $b = -7$

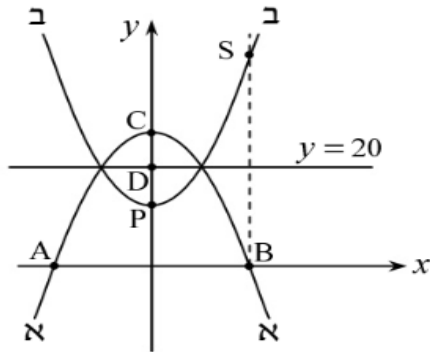
(ג) $(1\frac{3}{4}, -10\frac{1}{8})$

8. נתונה הפונקציה הריבועית $y = x^2 + 2x + c$. הנקודה $(3, -9)$ נמצאת על גרף הפונקציה.

- (א) חשבו את ערכו של c ורשמו את הפונקציה המתקבלת לאחר הצבתו.
 (ב) מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה המתאימה?
 (ג) מהי משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה?
 (ד) באיזה רביע נמצאת נקודת הקדקוד של הפרבולה?

תשובות: (א) $y = x^2 + 2x - 24$, $c = -24$

(ב) $(-1, -25)$ (ג) $x = -1$ (ד) רביע III.



9. משוואת פרבולה א היא: $y = -x^2 + 25$.

פרבולה ב היא שיקוף של פרבולה א ביחס לישר $y = 20$.

(א) מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C (ראו סרטוט).

(ב) מהם שיעורי נקודה D?

(ג) חשבו את שיעורי נקודה P.

(P היא קדקוד פרבולה ב).

הסבירו את תשובתכם.

(ד) מהו היחס בין $S_{\Delta PAB}$ ל- $S_{\Delta ABC}$?

(ה) מהי משוואת פרבולה ב?

(ו) מנקודה B העלו אנך לציר ה- x החותך את פרבולה ב בנקודה S.

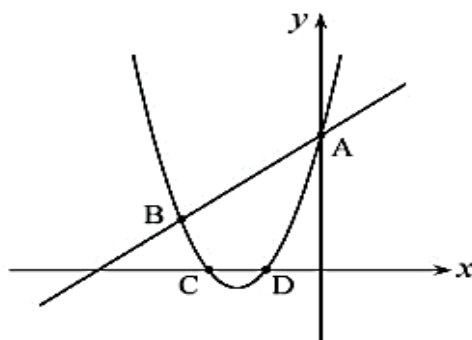
מהם שיעורי נקודה S? (ראו סרטוט).

תשובות:

(א) $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(0, 25)$

(ב) $D(0, 20)$ (ג) $P(0, 15)$ (ד) $5:3$

(ה) $y = x^2 + 15$ (ו) $S(5, 40)$



10. בסרטוט נתון גרף הפונקציה $y = 2x^2 + 12x + 16$

וישר ששיפועו 2, העובר בנקודה A.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y .

(א) רשמו את משוואת הישר AB.

(ב) חשבו את שיעורי הנקודה B.

(ג) חשבו את שיעורי הנקודות D ו- C.

(הנקודות C ו- D הן נקודות החיתוך

של הפרבולה עם ציר ה- x).

(ד) חשבו את שטח ΔACD .

פירוט: ΔACD איננו מסורטט.

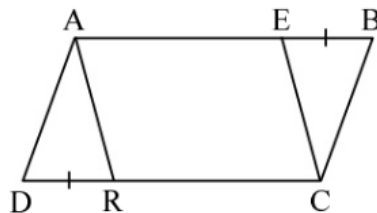
תשובות:

- (א) $y = 2x + 16$ (ב) $(-5, 6)$
 (ג) $(-2, 0), (-4, 0)$ (ד) 16 יחידות שטח $S_{\Delta ACD}$

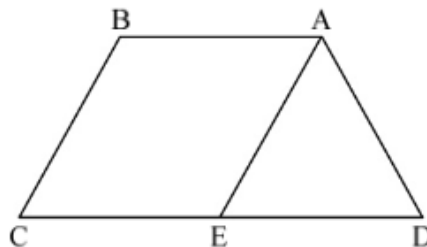
גיאומטריה

1. העתיקו למחברתכם את הטבלה המסכמת את תכונות המרובעים: מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע. סמנו ✓ במקומות המתאימים בהתאם לתכונות של כל אחד מהמרובעים.

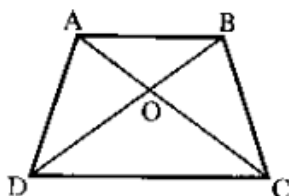
תכונות	שם המרובע	מקבילית	מלבן	מעוין	ריבוע
צלעות	נגדיות מקבילות				
	נגדיות שוות				
	כל שתיים סמוכות שוות				
זוויות	נגדיות שוות				
	כל שתיים סמוכות שוות				
אלכסונים	חוצים זה את זה				
	שווים זה לזה				
	מאונכים זה לזה				
	חוצי זוויות המרובע				



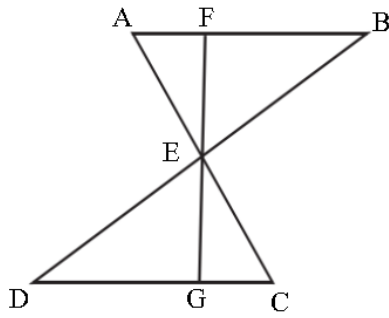
2. מרובע ABCD הוא מקבילית.
 נתון: $EB = DR$ (ראו סרטוט).
 הוכיחו: AECR מקבילית.



3. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים.
 (ראו סרטוט). $(AB \parallel DC, BC = AD)$
 נתון: $BA = AD, AE \parallel BC$.
 (א) הוכיחו: מרובע ABCE הוא מעוין.
 (ב) נתון: $\angle C = 60^\circ$.
 הוכיחו: ΔAED הוא משולש שווה-צלעות.

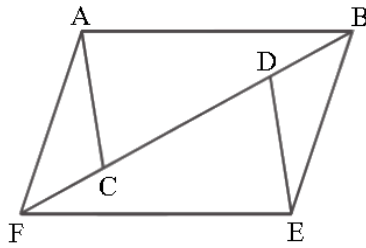


4. בצויר נתון: $AO = BO, AB \parallel DC$.
 (הנקודה O היא החיתוך של הקטעים AC ו-BD).
 הוכח: א. $AC = BD$.
 ב. $AD = BC$.



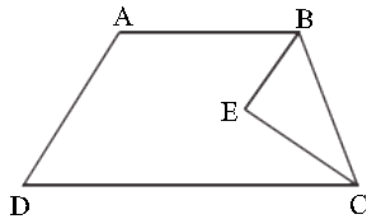
.5

הקטעים AC ו- BD חוצים זה את זה בנקודה E.
הקטע FG עובר דרך נקודה E.
הוכח: $EF = EG$.



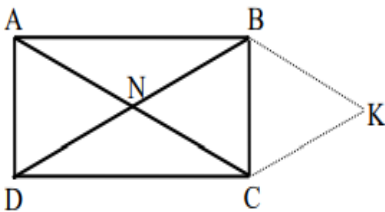
.6

בשרטוט שלפניך נתון: $BD = FC$,
 $\angle ABF = \angle EFB$, $\angle ACF = \angle EDB$.
א. הוכח: $AB = EF$.
ב. הוכח: $AF = BE$.



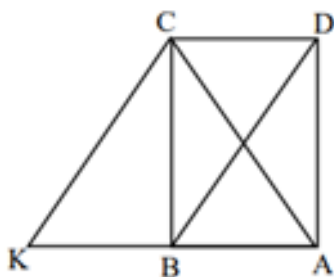
.7

המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
BE ו- CE הם חוצי הזווית של זווית הטרפז.
הוכח: $BE \perp CE$.



.8

מרובע ABCD הוא מלבן.
N - נקודת פגישה של האלכסונים
 $CK = DN$
 $CK \parallel BD$
הוכיחו כי מרובע NBKC הוא מעוין.

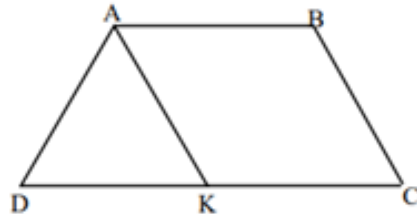


.9

ABCD מלבן. הנקודה K על המשך AB. הקטע CK שווה לאלכסון DB.
הוכיחו: א. המשולש ACK משולש שווה שוקיים.
ב. המרובע CDBK הוא מקבילית.

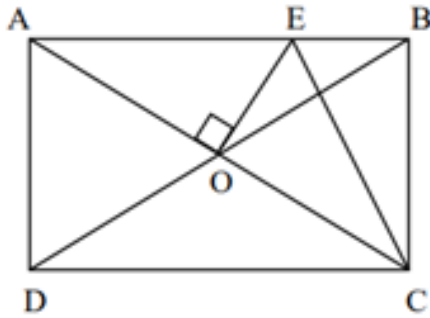
.10

נתון: $ABCD$ טרפז שווה שוקיים
 $(AD = BC, AB \parallel DC)$
 $AK = CB$
 א. הוכח: $BCKA$ מקבילית
 ב. נתון: AK חוצה $\angle A$
 חשבו את זוויות הטרפז.



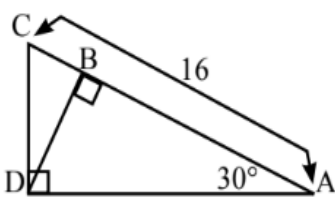
.11

במלבן $ABCD$ נתון: $AC \perp OE$,
 $OE = BE$ (ראה ציור).
 הוכח:
 א. משולש AEC ש"ש
 ב. $\triangle AEO \cong \triangle EBC$
 ג. מרובע $OEBC$ הוא דלתון.

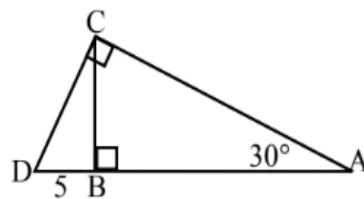


.12

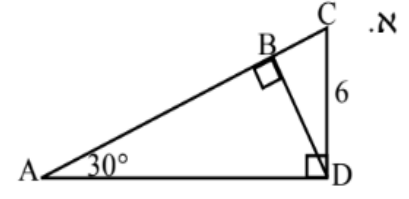
מצאו את אורך הקטע AB בכל אחד מהמשולשים הבאים:
 (הדרכה: מצאו תחילה את כל הזוויות בתוך המשולשים).



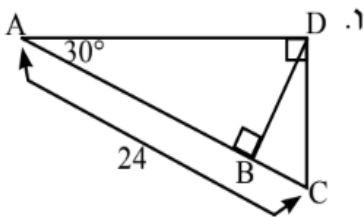
ג.



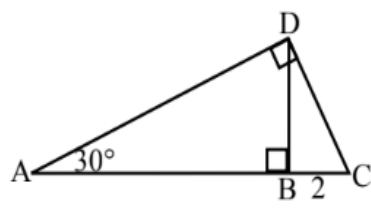
ב.



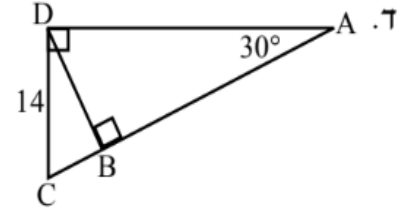
א.



ו.



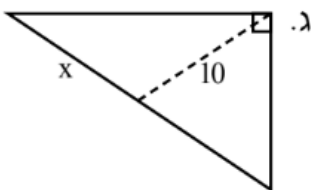
ה.



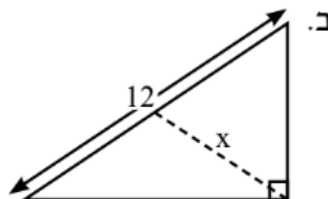
ד.

.13

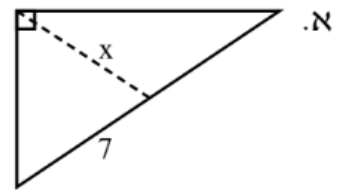
הקו המקווקו הוא תיכון ליתר. מצאו את x במשולשים הבאים:



ג.



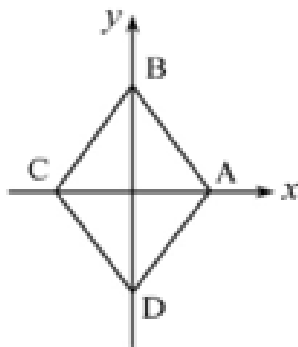
ב.



א.

.14

נתון מרובע שקדקודיו הם: $A(6,0)$, $B(0,8)$, $C(-6,0)$, $D(0,-8)$.



(א) הראו שהמרובע הוא מעוין.

(ב) הנקודה M נמצאת בנקודת החיתוך

של אלכסוני המעוין.

מצאו את שיעורי הנקודה M.

(ג) מצאו את שטח $\triangle AMB$.

(ד) מצאו את שטח המעוין.

(ה) הראו שמכפלת אורכי האלכסונים של המעוין גדולה פי 2 משטח המעוין.

תשובות:

(ב) $M(0,0)$

(ג) 24 יחידות שטח $S_{\triangle AMB}$

(ד) 96 יחידות שטח S_{ABCD}

שלושה קדקודים של מקבילית הם: $A(1,3)$, $B(-6,3)$ ו- $C(-2,0)$.

א. מה שיעורי הקדקוד D?

ב. מהקדקוד A מורידים גובה לצלע

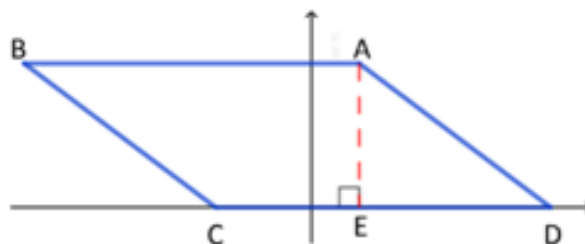
CD. הגובה פוגש את הצלע

בנקודה E. מהם שיעורי הנקודה E?

ג. מה אורך הגובה AE? הסבירו.

ד. חשבו את שטח המקבילית.

ה. חשבו את היקף המקבילית. (היעזרו במשפט פיתגורס במשולש AED).



תשובות:

א. $(5,0)$, ב. $(1,0)$, ג. 3, ד. 21, ה. 24.

.16

בריבוע ABCD הקדקוד C נמצא על ציר ה-x

וקדקוד D נמצא על ציר ה-y.

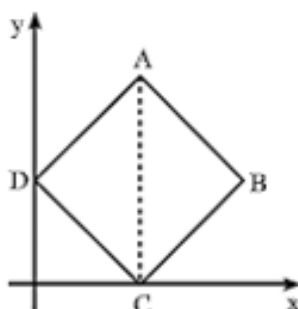
האלכסון AC מקביל לציר ה-y.

שיעורי הקדקוד B הם: $(8;4)$.

א. מצא את שיעורי הקדקוד D.

ב. חשב את שיעורי הקדקודים C ו-A.

ג. חשב את שטח הריבוע ABCD.



תשובות:

א. $(0;4)$, ב. $C(4;0)$, $A(4;8)$, ג. 32 יח"ר.

.17

ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$).

AE ו-BF הם גבהים בטרפז.

נתון: E – ראשית הצירים.

הצלע DC נמצאת על ציר ה-x,

$B(14, 24)$, $BD = 40$ יח"א

(א) מצאו את אורכי הקטעים:

AB, EF, BF, DF.

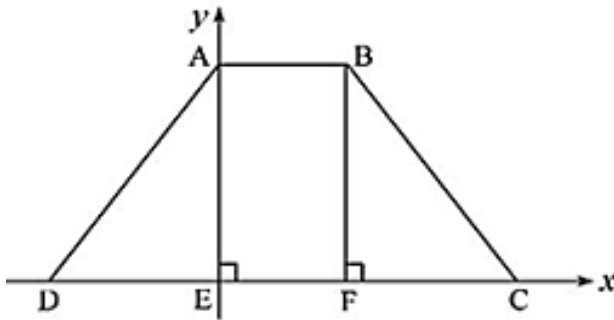
(ב) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

(ג) מצאו את השטח וההיקף של הטרפז.

תשובות:

(א) $AB = EF = 14$ יח"א, $BF = 24$ יח"א, $DF = 32$ יח"א

(ב) $D(-18, 0)$, $C(32, 0)$ (ג) $S_{ABCD} = 768$ יח"ש, 124 יח"א = היקף הטרפז



.18

נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:

$D(11, 2)$, $C(6, 4)$, $B(1, 2)$, $A(6, 0)$

(א) מצאו את אורכי צלעות המרובע.

(ב) איזה סוג של מרובע הוא ABCD:

טרפז, מקבילית, מעוין או מלבן? נמקו.

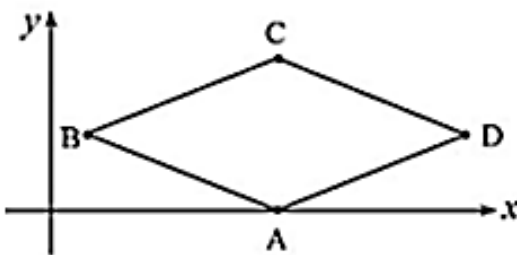
(ג) חשבו את אורכי האלכסונים AC ו-BD.

(ד) חשבו את שטח המרובע ABCD.

תשובות:

(א) $AB = BC = CD = AD = \sqrt{29}$ יח"א (ב) מעוין.

(ג) $AC = 4$ יח"א, $BD = 10$ יח"א (ד) $S_{ABCD} = 20$ יח"ש



.19

במקבילית ABCD הצלע AB מונחת על הישר $y = 3x + 4$ והצלע BC מונחת על הישר $y = x + 2$. הקדקוד D הוא בנקודה $(1, -1)$.

א. מצאו את שיעורי הקדקוד B.

ב. מצאו את משוואות הישרים עליהן מונחות הצלעות AD ו-DC.

ג. מצאו את משוואות האלכסון BD.

תשובות:

א. $(-1, 1)$, ב. $y = 3x - 4$, ג. $y = x - 2$, ד. $y = -x$

